

امتحان السداسي الأول 2022/2021

تمرين 1. (6pts)

جسم صلب له عزم قصوري ذاتي J_0 يتأرجح حول محور بثابت التواء K_1 (الشكل 1).
استعمل طريقة لاقرانج لإيجاد معادلة الحركة، ذبذبة الترددات و الحل الجامع.

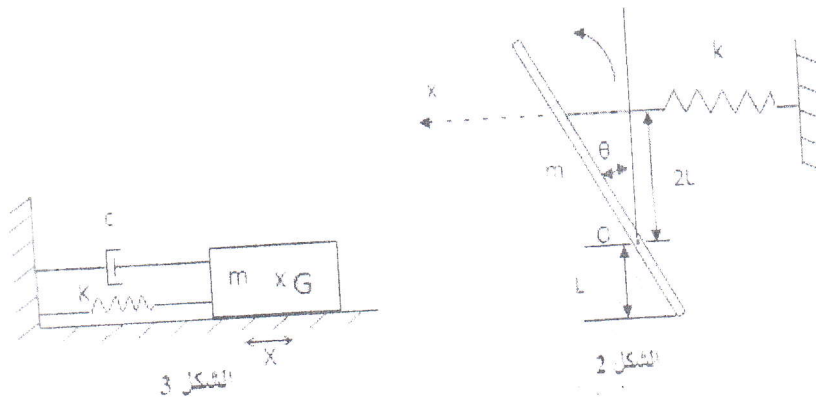
تمرين 2. (5pts)

ليكن النظام الميكانيكي (الشكل 2) مكون من قضيب طوله $4L$ و كتلة m ، و موصول بنابض له صلابة k .
يمكن للقضيب الدوران حول المحور O بدون احتكاك.
عند التوازن يكون القضيب في الوضع العمودي، نزيح القضيب بزاوية θ ثم يطلق بحيث $\sin\theta \approx \theta$ و $\tan\theta \approx \theta$.
- أوجد المعادلة التفاضلية التي تمثل الحركة (طريقة الطاقة) و ذبذبة الترددات.
- اكتب حل المعادلة التفاضلية.

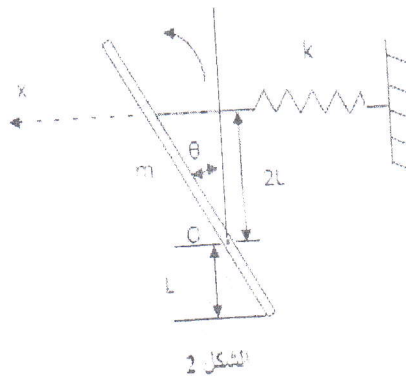
تمرين 3. (9pts)

كتلة $m = 0,1 \text{ Kg}$ موصولة بنابض له صلابة $k = 36 \text{ N.m}^{-1}$ ، تغمر الكتلة في سائل بحيث أن قوة الاحتكاك هي $3,6 \text{ N}$ و التي تعطي سرعة $7,2 \text{ m.s}^{-1}$ (الشكل 3). استعمل طريقة المعادلات الأساسية للديناميك، ثم طريقة الطاقة لإيجاد:

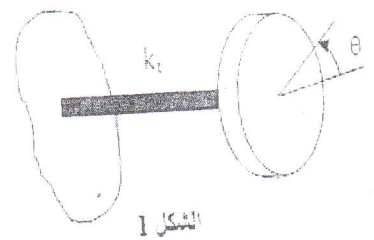
- المعادلة التفاضلية للحركة، الذبذبة الترددية و الحل الجامع.
- احسب معامل الاحتكاك C معامل الإخماد ع.



الشكل 3



الشكل 2



الشكل 1

استعمل طريقة لاغرانج لإيجاد معادلة الحركة.

$$0,5 \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

الجسم في حالة دوران فتكتب المعادلة بدلالة θ :

$$0,5 \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

اللاغرانجيان هي $L = T - U$

$$0,5 \quad T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 : \text{طاقة الحركة}$$

$$0,5 \quad U = \frac{1}{2} K_t \cdot \theta^2 : \text{طاقة الوضع}$$

$$0,5 \quad L = \frac{1}{2} J_0 \cdot \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} K_t \theta^2 \quad ; \text{إذا}$$

$$0,45 \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = J_0 \cdot \dot{\theta} \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = J_0 \cdot \ddot{\theta}$$

$$0,45 \quad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -K_t \cdot \theta$$

- إذا المعادلة التفاضلية للحركة هي:

$$1 \quad \ddot{\theta} + \frac{K_t}{J_0} \cdot \theta = 0 \leftarrow J_0 \cdot \ddot{\theta} + K_t \cdot \theta = 0$$

$$\text{أي: } \ddot{\theta} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0$$

$$- \text{دبذبة الترددات: } \omega_0^2 = \frac{K_t}{J_0} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_t}{J_0}}$$

$$1 \quad \theta(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t - \phi) : \text{حل المعادلة هو}$$

التحريك 2 05 pts

المعادلة التفاضلية للحركة (طريقة الطاقة)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

* طاقة الحركة $T = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2$ 0.5

* طاقة الوضع $U = U_B + U_R = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} k x^2$

مع $x = 2L \sin \theta = 2L\theta$

$h = L(1 - \cos \theta) = L \cdot \frac{\theta^2}{2}$

0.5 $U = m g L \cdot \frac{\theta^2}{2} - \frac{1}{2} k (2L\theta)^2$

1 $L = \frac{1}{2} I_0 \cdot \dot{\theta}^2 - (m g L \cdot \frac{\theta^2}{2} - \frac{1}{2} k (2L\theta)^2)$ (3)

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = I_0 \cdot \dot{\theta} \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = I_0 \cdot \ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -(m g L \theta - 4 k L^2 \theta)$$

إذا المعادلة التفاضلية هي

$$I_0 \cdot \ddot{\theta} + (4 k L^2 - m g L) \theta = 0$$

1 $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0 \leftarrow \ddot{\theta} + \left(\frac{4 k L^2 - m g L}{I_0} \right) \theta = 0$

1 $\omega_0 = \sqrt{\frac{4 k L^2 - m g L}{I_0}} \leftarrow \omega_0^2 = \frac{4 k L^2 - m g L}{I_0}$ - دالة الترددات

1 $\theta(t) = A \cdot \cos(\omega t - \phi)$ - حل المعادلة هو

التمرين 3 29pt

* الطريقة نيوتن
معادلات الحركة

$$0.15 \sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{y}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_D + \vec{F}_s = m \cdot \vec{y}$$

على النقط x : $-F_D - F_s = m \cdot \ddot{x} \leftarrow m \ddot{x} + F_D + F_s = 0$

أي : $\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \leftarrow m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = 0$

* الطريقة الطاقة

معادلات الحركة : $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}}$

على النقط x : $0.15 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{x}}$

- طاقة الحركة : $T = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2$

- طاقة الوضع : $U = \frac{1}{2} k x^2$

- دالة التخميد : $D = \frac{1}{2} c \dot{x}^2$

اللاقى لنجعة : $L = T - U \leftarrow L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m \dot{x} \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = m \ddot{x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -k \cdot x$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = c \dot{x}$$

إذا معادلات الحركة : $m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = 0$

أي : $\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

- دالة الحركة : $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$

المعادلة هي : $\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

1 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \leftarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

- دالة الحركة :

نظام مفرط إذا كانت المعادلة هو على الشكل :

1 $x(t) = e^{-\zeta\omega_0 t} (A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t)$

- معادلة الحركة :

0,5 $C = \frac{F_0}{\dot{x}} \leftarrow F_0 = C \cdot \dot{x}$

1 $C = 0,5 \text{ N.s.m}^{-1} \leftarrow = \frac{3,6}{7,2}$

- معادلة الحركة :

0,5 $\zeta = \frac{C}{2m} \leftarrow \frac{C}{m} = 2\zeta$

1 $\zeta = 2,5 \leftarrow = \frac{0,5}{2 \times 0,1}$